

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ С1

ДАНО: $\bar{F}_1 = 4$ кН, $\bar{F}_2 = 16$ кН, $M = 5$ кН·м, $q = 2$ кН/м, $a = 2$ м, $\epsilon = 3$ м,
 $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$. На рис. С1.1 показана схема рамы.

НАЙТИ: реакции опор A и B .

РЕШЕНИЕ

Рассмотрим равновесие рамы AB (рис.С1.1).

Приняв за центр моментов точку A (точка пересечения двух неизвестных реакций в подшипнике), направим координатные оси как показано на рисунке.

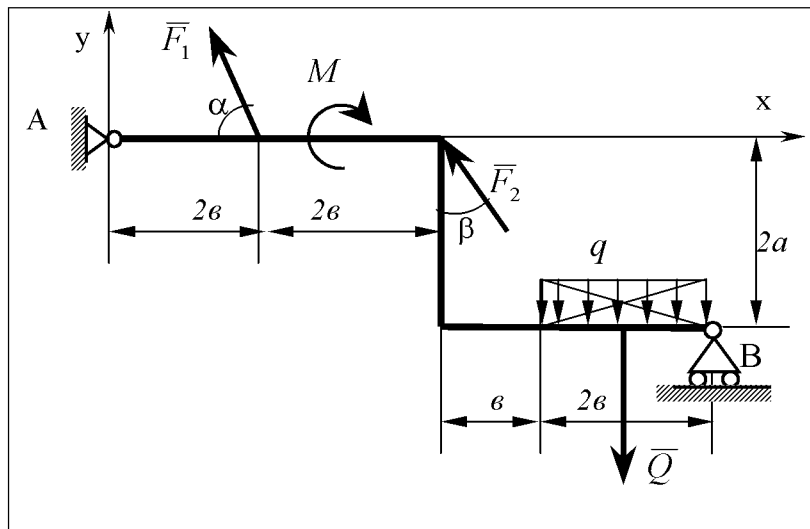


Рис. С1.1

Освободим раму от связей и заменим их действие реакциями связей. Связями являются: неподвижный цилиндрический шарнир A и шарнирная опора на катках B , которые заменим реакциями \bar{X}_A , \bar{Y}_A и \bar{R}_B , направленными в положительные стороны координатных осей.

Заменим равномерно распределенную нагрузку, интенсивности q равнодействующей $Q = q \cdot 2\epsilon = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ кН, приложенную в центре тяжести эпюры этой нагрузки (под пересечением диагоналей прямоугольника). Рама находится в равновесии под действием активных сил \bar{F}_1 , \bar{F}_2 , \bar{Q} , пары сил с моментом M и реакций \bar{X}_A , \bar{Y}_A и \bar{R}_B . Расчетная схема рамы AB представлена на рис. С1.2.

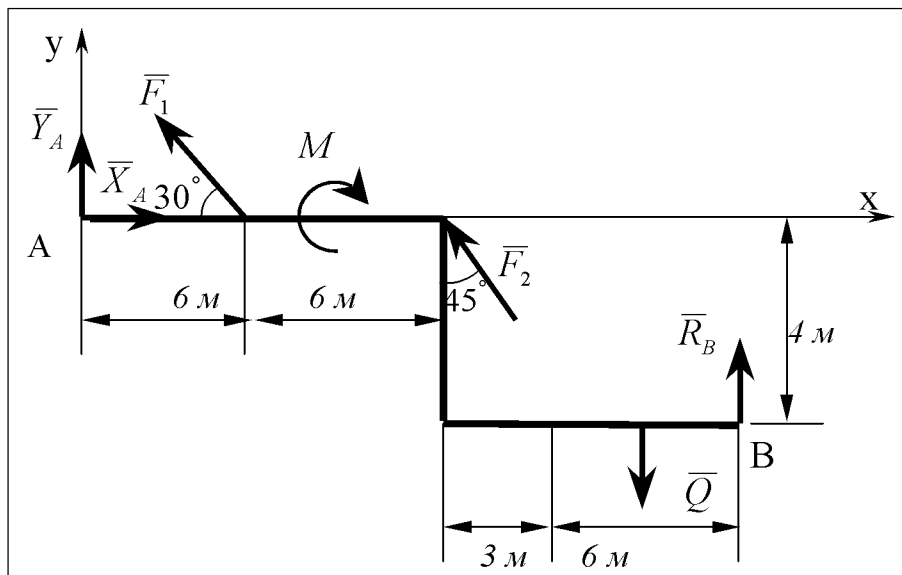


Рис. С1.2

Составим три уравнения равновесия.

Сумма проекций всех сил на ось x равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; \quad X_A - F_1 \cos 30^\circ - F_2 \sin 45^\circ = 0; \quad (1)$$

Сумма проекций всех сил на ось y равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; \quad Y_A + F_1 \sin 30^\circ + F_2 \cos 45^\circ - Q + R_B = 0; \quad (2)$$

Сумма моментов относительно выбранного центра (A) равна нулю. При вычислении моментов сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , разложим их на составляющие по осям координат и воспользуемся теоремой Вариньона, тогда $m_A(\vec{F}_1) = m_A(\vec{F}_{1x}) + m_A(\vec{F}_{1y})$ и $m_A(\vec{F}_2) = m_A(\vec{F}_{2x}) + m_A(\vec{F}_{2y})$ (рис.С1.3).

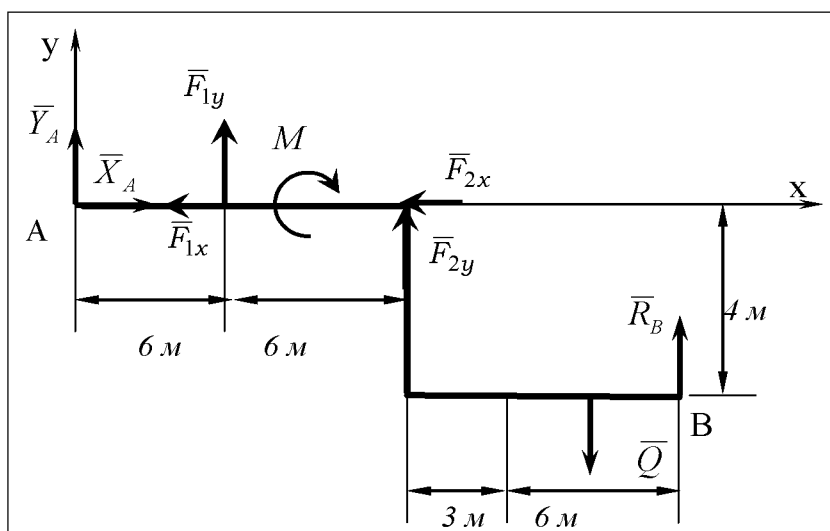


Рис. С1.2

Для данной задачи:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ; F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ; F_{2x} = F_2 \sin 45^\circ; F_{2y} = F_2 \cos 45^\circ;$$

$$\sum_{k=1}^n m_A(\bar{F}_k) = 0; F_1 \sin 30^\circ \cdot 6 - M + F_2 \cos 45^\circ \cdot 12 - Q \cdot 18 + R_B \cdot 21 = 0; \quad (3)$$

После подстановки исходных данных получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} X_A - 4 \cdot 0,87 - 16 \cdot 0,7 = 0, \\ Y_A + 4 \cdot 0,5 + 16 \cdot 0,7 - 12 + R_B = 0, \\ 4 \cdot 0,5 \cdot 6 - 5 + 16 \cdot 0,7 \cdot 12 - 12 \cdot 18 + R_B \cdot 21 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решая эту систему, определим величины искомых реакций:

$$X_A = 4 \cdot 0,87 + 16 \cdot 0,7 = 14,68 \text{ кН},$$

$$R_B = \frac{-4 \cdot 0,5 \cdot 6 + 5 - 16 \cdot 0,7 \cdot 12 + 12 \cdot 18}{21} = 3,552 \text{ кН},$$

$$Y_A = -4 \cdot 0,5 - 16 \cdot 0,7 + 12 - R_B = -2 - 11,2 + 12 - 3,55 = -4,75 \text{ кН}.$$

Знак минус при \bar{Y}_A показывает, что направление этой составляющей в действительности, противоположно выбранному нами. Для **ПРОВЕРКИ** правильности вычисления неизвестных составим уравнение моментов относительно точки B :

$$\sum_{k=1}^n m_B(\bar{F}_k) = 0;$$

$$\begin{aligned} -X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 21 + F_1 \cos 30^\circ \cdot 4 - F_1 \sin 30^\circ \cdot 15 - M + F_2 \sin 45^\circ \cdot 4 - \\ - F_2 \cos 45^\circ \cdot 9 + Q \cdot 3 = 0; \end{aligned}$$

Подставим в это уравнение известные значения:

$$-14,68 \cdot 4 - (-4,75) \cdot 21 + 4 \cdot 0,87 \cdot 4 - 4 \cdot 0,5 \cdot 15 - 5 + 16 \cdot 0,7 \cdot 4 - 16 \cdot 0,7 \cdot 9 + 12 \cdot 3 = 0;$$

$$-58,72 + 99,75 + 13,92 - 30 - 5 + 44,8 - 100,8 + 36 = 0;$$

$$-0,05 \cong 0, \text{ реакции найдены верно.}$$

$$\text{ОТВЕТ: } X_A = 14,68 \text{ кН}, \quad R_B = 3,552 \text{ кН}, \quad Y_A = -4,75 \text{ кН}.$$